



# A pillanatkép-megközelítés az éghajlatváltozás vizsgálatának szolgálatában – Légköri távkapcsolatok nyomában sokasági éghajlati szimulációkkal

Haszpra Tímea, Drótos Gábor, Herein Mátyás, Topál Dániel

HUN-REN-ELTE Elméleti Fizikai Kutatócsoport, haszpratimi@gmail.com

DOI: 10.56474/legkor.2024.3.1

A sokasági éghajlati szimulációk és a pillanatszerű, sokaság felett számított statisztikák egy bizonyos konvergenciaidő után minden időpontban helyesen jellemzik az éghajlati rendszer adott kényszerek között lehetséges állapotainak összességét. Ennek matematikai igazolását a pillanatkép-attraktorok elmélete írja le. Így az időbeli statisztikákat használó módszerekhez képest pontosabban adható meg bármely mennyiség változása is éghajlatváltozás esetén. A cikk röviden bemutatja a pillanatkép-attraktor szerepét az éghajlat belső változékonyságában, a pillanatkép-megközelítés alkalmazását sokasági éghajlati szimulációkkal, valamint a pillanatkép-megközelítés előnyeit az időbeli módszerekhez képest az arktikus oszcilláció és a jelenséghez kötődő hőmérsékleti anomáliák példáján.

## Using the snapshot approach for the investigation of climate change – Tracing atmospheric teleconnections by using ensemble climate simulations

Ensemble climate simulations and instantaneous statistics calculated across the ensemble characterize correctly the plethora of potential states of the climate system under the given forcings in every time instant after a certain convergence time. The mathematical concept of this is described by the theory of snapshot attractors. In this way, the change in any quantity under a changing climate can be determined more precisely compared to methods using temporal statistics. This paper explores the snapshot attractor's role in the internal variability of climate, demonstrating the application of the snapshot approach by using ensemble climate simulations, and its advantages over temporal methods on the example of the Arctic Oscillation and the related temperature anomalies.

### 1. Bevezetés: az éghajlat belső változékonysága

Az utóbbi években egyre nagyobb teret hódítanak az egyazon modellel készített, különböző kezdeti feltételekből induló sokasági éghajlati szimulációk (single-

model initial-condition large ensemble (SMILE)) (Deser et al., 2020; Lehner et al., 2020). Ezzel párhuzamosan kifejlesztett az úgynevezett *pillanatkép-megközelítés* vagy *pillanatkép-szemlélet* (angolul *snapshot approach/view*), mely a kaoszelméletnek a tetszőlegesen időfüggő kényszerek hatása alatt fejlődő rendszerekre

vonatközvetítését alkalmazza a változó éghajlat problémájára, és amely a sokasági szimulációk tagjaira mint párhuzamos éghajlati realizációkra tekint. A párhuzamos éghajlati realizációk elmélete a pillanat-kép-megközelítés szemléletes megfogalmazása.

Dióhéjban mindez egyszerűen azt jelenti, hogy azon egyetlen éghajlati realizáció helyett, amelyben élünk (azaz amit ismerünk, megfigyelhetünk, illetve a jövőben meg fogunk tapasztalni) még végtelen sok másik éghajlattörténetünk is kibontakozhatott volna az éghajlati kényszerek (pl. a légkör tetejét elérő napsugárzás mértéke, az üvegházgázok koncentrációja) ugyanezen idősorai mellett. Látni fogjuk ugyanakkor, hogy minde mellett az egyes meteorológiai változók értékei minden pillanatban bármely realizáció esetén csupán egy meghatározott, korlátos tartományba eshetnek. A pillanatkép-szemléletben minden időpontban az éghajlati rendszernek az aktuális kényszerek között lehetséges állapotainak összességét tekintjük, pl. a légkör esetén a pillanatnyi lehetséges időjárásokat. Ezek közül természetesen mindig csak egyet, a megfigyelt állapotot tapasztaljuk meg a valóságban. Azonban a többi lehetséges állapot is fontos számunkra, többek között azért, mert az éghajlati rendszer előrejelezhetetlen, káosz-szerű viselkedése (2.1. fejezet) következtében még a kényszerek idősorainak feltételezett ismerete mellett sem tudható, hogy a jövőben mely állapot fog megvalósulni a lehetségesek közül, azaz egy-egy egyedi realizáció nem reprezentatív e tekintetben.

A tény, hogy adott kényszerekhez az éghajlati rendszer nem egyetlenegy állapota társul, hanem azoknak egy véges kiterjedésű halmaza, megnyilvánul a meteorológiai mennyiségek egyedi realizációkban, pl. mérési idősorokban megfigyelhető időbeli ingadozásaiban is. A belső változékonyság hagyományos értelmezése ezen időbeli ingadozásokon alapul. Ez fogalmilag mindaddig megfelelő, amíg a kényszerek rögzítettek, vagy csak lassan változnak. Azonban, ha a lehetséges állapotok eloszlása valamely külső kényszer változása miatt gyorsan változik, egy egyedi realizáció időfejlődése nem fogja jól jellemezni az éghajlati rendszert. Ezzel szemben a pillanatkép-megközelítésben a belső változékonyságot a lehetséges állapotok összessége írja le minden egyes időpillanatban, amelynek így az időbeli megváltozása is egzaktul vizsgálható.

A cikkben bemutatjuk, hogy az éghajlati rendszer belső változékonyságát meghatározó ún. pillanatkép-attraktor áll amögött, hogy a sokasági éghajlati szimulációk kellő idő eltelte után minden időpontban jól tükrözik az éghajlati rendszer pillanatnyi lehetséges állapotainak előfordulási valószínűségét. Mivel

ily módon lehetséges minden egyes pillanatban ezen állapotok tárházának koncepcionálisan helyes jellemzése, így a szubjektivitást is tartalmazó időbeli statisztikák számítása helyett a sokasági szimulációk eredményeit, az éghajlatváltozás hatásait célszerűbb pillanatkép-megközelítésben, pillanatnyi, a sokaság felett számított statisztikák, majd ezek időfejlődésének segítségével kiértékelni.

## 2. A pillanatkép-attraktor és a sokasági éghajlati szimulációk

### 2.1. A pillanatkép-attraktor

Az éghajlat belső változékonysága, amint láttuk, nem takar mást, mint hogy a rendszer nincs ugyanabban az állapotban minden időpillanatban, még rögzített éghajlati kényszerek mellett sem. A nehézséget az jelenti, hogy előrejelezhetetlen, hogy a rendszer mely állapotokon fog keresztül menni hosszú távon. Ez az előrejelezhetetlenség analógiába állítható az alacsony dimenziós disszipatív kaotikus rendszerek mozgásállapotának az előrejelezhetetlenségével (Lorenz, 1963; Ott, 1993; Tél és Gruiz, 2002). Az alacsony dimenziós kaotikus rendszerekben a hosszú idő elteltével lehetséges végtelen sok mozgásállapotot a rendszer kiterjedt, de egyben fraktál szerkezetű kaotikus attraktora írja le (ilyen a szélesebb körben is ismert, pillangó alakú Lorenz-féle különös attraktor is (Lorenz, 1963)). Hasonló állítás igaz az éghajlati rendszerre is, így a belső változékonyság az éghajlat káosz-szerű<sup>1</sup> jellemzője.

A végtelen sok mozgásállapot közül egyes állapotok körül nagyobb, más állapotok körül kisebb a ténylegesen megvalósuló mozgásállapot előfordulási valószínűsége. A káoszelmélet szerint, habár az egyedi mozgások hosszú távon előrejelezhetetlenek, a kaotikus attraktor és a rajta hosszú távon, egy bizonyos konvergenciaidő elteltével kialakuló valószínűségi eloszlás egyértelmű, és tetszőleges pontossággal meg is határozható (Ott, 1993; Tél és Gruiz, 2002).

Az ún. pillanatkép-attraktort annak kapcsán vezeték be a fizikusi közösségben, hogy leírják, hogyan viselkedik egy rendszer tetszőleges, időfüggő kényszer esetén. 1990-ben Romeiras és munkatársai felhívták a figyelmet a disszipatív dinamikai rendszerek egy érdekes tulajdonságára: egyetlen, zajjal terhelt trajektória szétkent alakzatot rajzol ki a fázistérben, azonban

<sup>1</sup> Habár az időjárás és az éghajlati rendszer elemeinek dinamikája turbulens (Vallis, 2017), egyúttal káosz-szerűnek is tekinthető a tárgyalt értelemben.

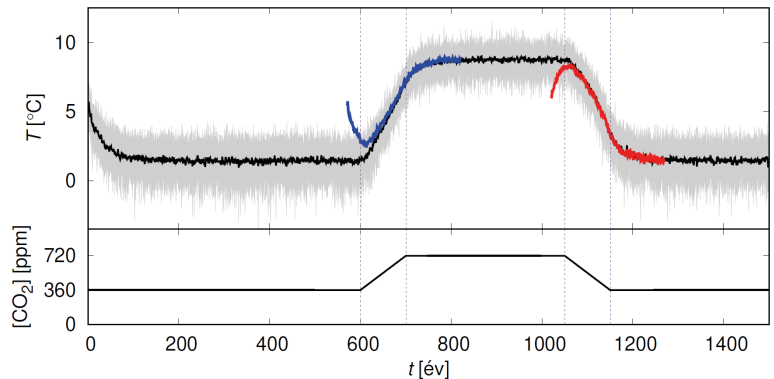
különböző kezdeti feltételekből induló mozgások sokasága, ha ugyanazt a zaj-realizációt használják az egyes trajektóriák mentén, egy strukturált (fraktál) szerkezetű mintázatot hoz létre minden pillanatban (Romeiras *et al.*, 1990). Ez az objektum a *pillanatkép-attraktor*. A pillanatkép-attraktor az időfüggő kényszer miatt folyamatosan változtatja az alakját, szemben az időfüggetlen hagyományos kaotikus attraktorokkal, amikkel olyan disszipatív rendszerekben találkozhatunk, melyekben a disszipáció hatását időben állandó vagy periodikus külső hatás ellensúlyozza (Lorenz, 1963; Ott, 1993). Ettől eltekintve hasonló tulajdonságokkal rendelkezik, mint egy hagyományos kaotikus attraktor, így pl. a trajektóriák ezen is egy egyértelmű valószínűségi eloszláshoz konvergálnak.

Érdeemes megjegyezni, hogy a lehetséges állapotok összességét kirajzoló pillanatkép-attraktor kiterjedése véges, azaz megadott kényszer mellett a változók csak bizonyos, korlátok közé szorított értékeket vehetnek fel. A valós éghajlatunkra vonatkoztatva ez azt jelenti, hogy a fennálló éghajlati kényszerek mellett a belső változékonyság következtében is csak bizonyos tartományban lehet pl. a felszíni átlaghőmérséklet értéke, amely a pillanatkép-attraktor erre a változóra vonatkozó vetületének tekinthető (lásd az 1. ábrán egy szimuláció esetén a világosszürke sávot).

A pillanatkép-megközelítés mint éghajlati alkalmazás azonban csak közel két évtizeddel Romeiras *et al.* (1990) úttörő munkája után bontakozott ki, miután tőlük függetlenül Ghil *et al.* (2008) és Chekroun *et al.* (2011) rámutattak a matematikai irodalomban már létező fogalom várható jelentőségére az éghajlat dinamikájának vizsgálatában és az éghajlatváltozás megértésében (ők *visszahúzási attraktorként* (*pullback attractor*) hivatkoztak rá). Az éghajlatváltozás esetében azonban nem a kényszer zajossága, hanem az éghajlati kényszerek folytonos és sima változása következtében időfüggő a pillanatkép-attraktor (Bódai and Tél, 2012).

## 2.2. A párhuzamos éghajlati realizációk – a pillanatkép-attraktor előállítása sokasági éghajlati szimulációkkal

Rögtön felmerül a kérdés, hogyan lehet egy pillanatkép-attraktort, vagyis az adott éghajlati kényszerek között az éghajlati rendszer lehetséges állapotainak



1. ábra. Lent: Az előírt  $\text{CO}_2$ -koncentráció forgatókönyve. Fent: A [k. h.  $17^\circ$ ; é. sz.  $47^\circ$ ] rácspontra (Kárpát-medence) vonatkozó éves átlaghőmérséklet ( $T$ ) a légköri legalsó modellszinten (kb. 450 m-rel a felszín felett) a Planet Simulator közepes összetettségű éghajlati modellel végzett három ( $t = 0$ ,  $t = 570$ ,  $t = 1020$  évben induló), egyenként 40 tagú sokasági szimulációban az előírt  $\text{CO}_2$ -forgatókönyv mellett. A vastag fekete, kék és piros vonalak a sokaságátlagot jelzik a három sokasági szimulációban, míg a vékony világosszürke vonalak a  $t = 0$ -ban induló szimuláció 40 tagjának idősorai. Forrás: Herein *et al.* (2016).

összességét előállítani, ami az éghajlat pillanatnyi belső változékonyságát rajzolja ki. Romeiras *et al.* (1990) cikkében leírtakhoz hasonlóan éppen úgy, hogy számos, különböző kezdeti feltételből induló trajektóriát követünk megfelelően hosszú ideig, ugyanazon differenciálegyenlet-rendszer lehetséges megoldásaiként. Mivel az éghajlati rendszer lényegében kaotikus, egy bizonyos idő, a konvergenciaidő elteltével minden éghajlati szimuláció „elfelejti” a kezdőfeltételeit (azaz pillanatnyi állapotaik összessége már független attól, hogy milyen kezdőfeltételekből indultak), és a külső kényszerek kormányozzák őket. Az olyan éghajlati szimulációk összessége, melyek különböző kezdőfeltételekből indulnak, de ugyanazon fizikai törvényeknek és kényszereknek engedelmeskednek, a karakterisztikus konvergenciaidő után már egy *egyértelmű, időben változó eloszlást definiál*, és statisztikailag helyesen jellemzi az adott kényszerek között az éghajlati rendszer lehetséges állapotainak tárházát, azok valószínűségeloszlásával együtt (Drótos *et al.*, 2015; Drótos *et al.*, 2017). Azaz a konvergenciaidő után kirajzolják az éghajlati rendszer pillanatkép-attraktorát minden egyes pillanatban annak fentebb említett valószínűségeloszlásával együtt. A szimulációknak az ezen eloszláshoz való közeledése a disszipatív rendszereknek megfelelően közelítőleg exponenciális ütemű (Herein *et al.*, 2016; Drótos *et al.*, 2017).

Az egy modellel készített, különböző kezdeti feltételekből induló *sokasági* (*ensemble*) *éghajlati szimulációk* épp az előbb említett tulajdonságúak, így

összhangban állnak a pillanatkép-megközelítés alkalmazásával, annak természetes és fontos technikai eszközeivé válhatnak az éghajlat vizsgálata során. A pillanatkép-attraktorok elméletében ezeket a szimulációkat *párhuzamos éghajlati realizációknak* (vagy *párhuzamos klímátörténeteknek*) szokták nevezni (Bódai et al., 2017; Herein et al., 2017; Tél et al., 2020), minthogy időben párhuzamosan, de természetesen nem azonos módon fejlődnek, és mindegyikük a megadott éghajlati kényszerek időfejlődése mellett lehetséges egy-egy sorsot mutat. Megjegyzendő, hogy a párhuzamos éghajlati realizációk ötlete csaknem ugyanebben a formában már 1978-ban felvetődött Leith (1978) munkájában egy klasszikus statisztikus mechanikai analógia alapján, azonban nem terjedt el a kutatói közösségben.

A fenti gondolatok bemutatására a Herein et al. (2016) tanulmányt követve egy közepes összetettségű éghajlati modellt használunk. Az 1. ábra a Planet Simulator (PlaSim, Fraedrich et al., 2005) modellel készített három, egyenként 40-40 tagot magában foglaló sokasági éghajlati szimuláció eredményét szemlélteti az ábra alsó részén látható előírt CO<sub>2</sub>-forgatókönyv mellett a Kárpát-medence és környezetének éves átlaghőmérsékletére kb. 450 m-es magasságban. Megfigyelhető, hogy bármilyen csekély is az eltérés a kiindulási feltételekben (itt ezt a sokaság kezdeti felszíni nyomásmezői közötti legfeljebb 10 hPa-os véletlen perturbáció jelenti), a kezdőfeltételekre való érzékenység miatt a szimulált hőmérsékleti idősorok exponenciálisan szétterjednek, ahogyan azt a  $t = 0$ -ból induló világoszürke vonalak mutatják. Azaz a rendszer az egyedi trajektóriák szempontjából valóban előrejelezhetetlenné válik. Ez a kezdeti szétterjedés, vagyis a dinamika előrejelezhetetlensége az eredete az éghajlat belső változékonyságának. Fontos felhívni rá a figyelmet, hogy ez a szélesedés nem tart örökké, véges lesz, hiszen a pillanatkép-attraktorok elméletének megfelelően bármilyen kezdőfeltételből induló szimuláció konvergál az adott kényszerek között lehetséges állapotok összességéhez, és eléri a véges kiterjedésű pillanatkép-attraktort.

Mivel a PlaSim éghajlati modell  $10^5$  nagyságrendű változóval dolgozik (Fraedrich et al., 2005), a segítségével előállítható pillanatkép-attraktorok is ezzel megegyező dimenziójú térbe vannak beágyazva. Ezért az áttekinthetőség kedvéért az éghajlati modellekkel végzett szimulációk esetén az attraktorok egy-egy mennyiségre vonatkozó vetületét (jelen esetben a légköri legalsó modellszint éves átlaghőmérsékletét) érdemes ábrázolni. Az attraktor létezését erősíti a  $t = 570$ . és  $t = 1020$ . évben indított másik két sokasági éghajlati szimuláció: ezek késsel és pirossal jelölt sokaságátlaga is exponenciális

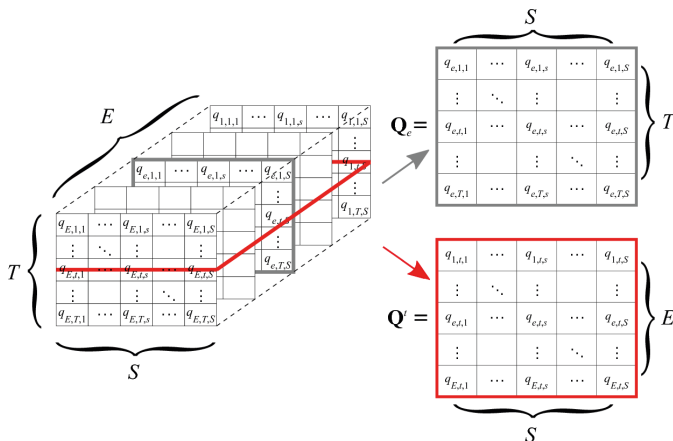
gyorsasággal simul bele a  $t = 0$ -ban indított szimulációk fekete sokaságátlag-görbéjébe. Fontos kiemelni, hogy a hőmérséklet sokaságátlag-görbéje körüli szórás nem a szimulációk „hibáját” jellemzi, hanem az éghajlat pillanatnyi belső változékonyságának mértékét számszerűsíti.

Érdeemes azt is megemlíteni, hogy a pillanatkép-attraktornak egy tetszőleges időpontbeli alakját, így az éghajlati rendszer éppen lehetséges állapotainak valószínűségeloszlását is, a változó éghajlati kényszerek addig az időpontig tartó története is befolyásolja a rendszer késleltetett válasza révén. Így a kérdéses időpontban az éghajlati kényszerek pillanatnyi értékeinek állandóvá tételével futtatott sokasági éghajlati szimulációk segítségével előálló kaotikus attraktor (amely így már egy stacionárius éghajlatot ír le) eltér az ugyanazon pillanathoz tartozó, az időfüggő kényszerek történetét is magában foglaló pillanatkép-attraktortól.

### 3. Számítások a pillanatkép-megközelítésben

Ahogy fentebb említettük, az éghajlati rendszer kaotikus jellegű viselkedése következtében egy-egy egyedi éghajlati szimuláció nem reprezentatív, a belőle levont következtetések félrevezetőek lehetnek (pl. Drótos et al., 2015; Herein et al., 2017; Haszpra et al., 2020a,b). Azonban a sokasági éghajlati szimulációk által meghatározott pillanatnyi sokasági statisztikai jellemzők, a változók valószínűségi eloszlása egyértelműen meghatározhatók a konvergenciaidő eltelte után. Mivel az éghajlati rendszer lehetséges állapotainak koncepcionálisan helyes jellemzése ily módon minden egyes pillanatban hozzáférhető, így elkerülhető az egyetlen idősből számított időbeli statisztikák használata az ezzel járó szubjektivitással együtt (ami pl. mozgóátlag esetén az időablakok hosszának, vagy detrendálás esetén a trendfüggvénynek a kiválasztásából adódik). A hagyományosan egyetlen idősor elemzése során alkalmazott különböző éghajlati statisztikákat (mint pl. (idő)átlagot, szórást, vagy a távkapcsolatokat jellemző korrelációs együtthatókat) sokasági szimulációk esetén a sokasági dimenzió mentén célszerű számítani minden egyes időpillanatban (2. ábra), hogy az adott pillanatot matematikai értelemben helyesen jellemezzük.

Természetesen a sokasági statisztikák pontosságát befolyásolja a sokasági szimuláció tagjainak száma, hasonlóképpen ahhoz, mint ahogy egyetlen szimuláció vagy mérési idősor idősor-analízise esetén is meghatározza az eredmények megbízhatóságát



2. ábra. A pillanatkép-megközelítés és az egyetlen idősoron alapuló értelmezés összehasonlítása. Bal: Egy tetszőleges  $Q$  változó sokasági szimulációkban előállított értékei egy 3D-s mátrix elrendezésében ( $t = 1, \dots, T$  az idő-,  $s = 1, \dots, S$  a tér-,  $e = 1, \dots, E$  pedig a sokasági dimenziót jelöli). Jobb: A  $Q$  változó egy egyedi szimuláció ( $e$ ) hagyományos, időbeli statisztikáinak számításához használt  $Q_e$  ill. egy egyedi pillanat ( $t$ ) sokasági statisztikáinak számításához használt  $Q_t$  szelete.

az adatpontok száma (pl. az alkalmazott időablakok hossza). Azonban a pillanatkép-szemléletben a statisztikák pontosítására van lehetőség a sokaság növelésével (amennyiben azt a számítógépes kapacitás megengedi). *Milinski et al.* (2020) tanulmánya szerint egyes célokra (pl. a globális felszínközeli hőmérséklet trendjének  $\pm 15\%$ -os hibahatáron belüli becslésére) már egy 5 tagú sokaság is megfelelően pontos eredményt ad, azonban más esetekben, mint a belső változékonyság időfejlődésének ugyanilyen pontosságú becslése, akár 50, vagy kisebb hibakorlátú becslések, kisebb skálájú jelenségek esetén akár 100 tagra is szükség lehet.

Hasonló eredményekre jutottak a szerzők *Lee et al.* (2021) tanulmányában az éghajlat belső változékonyságának egy kifejeződésének példáján, az El Niño–déli oszcilláció (ENSO) jelenség kapcsán: az alapvető jellemzőinek és fizikai folyamatainak leírásához legalább 50, míg a háttér-klimatológia számításához már csak legalább 12 tag szükséges. Hőmérsékleti és csapadék-szélsőértékek esetén azonban az éghajlati kényszerre adott válasz és a belső változékonyságban (a változók sokasági szórásában) fellépő változás detektálásához a rácsponttól a globális skáláig *Tebaldi et al.* (2021) szerint általában elegendő legfeljebb 30 tag is. Jelenleg az ismertebb éghajlati modellek sokasági szimulációi általában 40–100 tagot foglalnak magukba (pl. Community Earth System Model Large Ensemble Project (CESM-LE): 40 tag (*Kay et al.*, 2015), Max Planck Institute Earth System Model Grand Ensemble: 100 tag (*Maher et al.*, 2019), Canadian Earth System Model

(2nd version) Large Ensemble: 50 tag (*Kirchmeier-Young et al.*, 2017; *Kushner et al.*, 2018)), ezért a fentiek alapján alkalmasnak tekinthetők az éghajlat belső változékonyságának leírására.

Egyedi idősorokból számított statisztikák esetén (pl. két változó közötti korreláció számításakor) előzetesen gyakran szükséges a trend és a szezonális kiszűrése az idősorokból (az alapul szolgáló idősorok stacionáriussá alakítása), az időbeli autokorreláció jelenléte pedig jelentősen csökkentheti az effektív mintanagyságot. Az utóbbi két probléma a pillanatnyi sokaságstatisztikák esetén nem fordul elő, hiszen egyetlen időpont önmagában „stacionárius”, valamint a sokasági tagok – abból adódóan, hogy a konvergenciaidő után már elfelejtették kezdőfeltételeiket – egymástól függetlennek tekinthetők. Érdemes megemlíteni, hogy a pillanatkép-megközelítés időintervallumra kiértékelt mennyiségekre is alkalmazható (pl. éves/téli átlaghőmérsékletre is) (*Drótos et al.*, 2015).

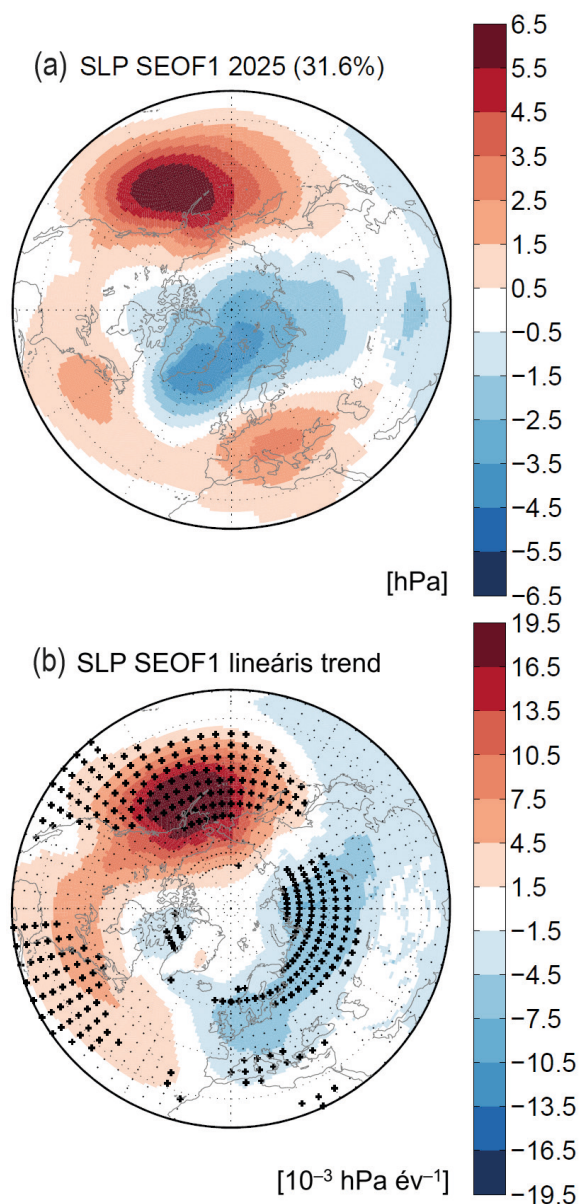
## 4. Légköri távkapcsolatok pillanatkép-megközelítésben

### 4.1. Pillanatkép empirikus ortogonális függvények (SEOF) analízise

Az éghajlat belső változékonysága megnyilvánulhat meteorológiai mezőkben kialakuló jellegzetes mintázatokban és ezekhez kötődő időjárási távkapcsolatokban is. Ezen mintázatok felderítésére gyakran alkalmazzák az empirikus ortogonális függvények (EOF) analízisének módszerét<sup>2</sup>. Az EOF analízis skalár mezők változékonyságának vizsgálatára alkalmazható, célja a legfontosabb módusok (térbeli mintázatok, oszcillációk) meghatározása, melyekkel a legnagyobb részben magyarázható a mezőben tapasztalt változékonyság (*Preisendorfer*, 1988). A térbeli mintázatok, azaz az „egy helyben álló oszcillációk” fázisainak ingadozásait a főkomponens (principal component, PC) adatsorok, a módusok „fontosságát” a magyarázott variancia írja le. A hagyományos, egyetlen skalár mező időbeli fejlődésének elemzését célzó EOF analízis a választott referencia-időszakra vonatkozó időátlagot eltávolítva a mezőből egy anomáliamatrixot hoz létre, és az ebből előállított kovarianciamatrix alapján határozza meg az oszcillációk térbeli szerkezetét és fázisaik időbeli változását.

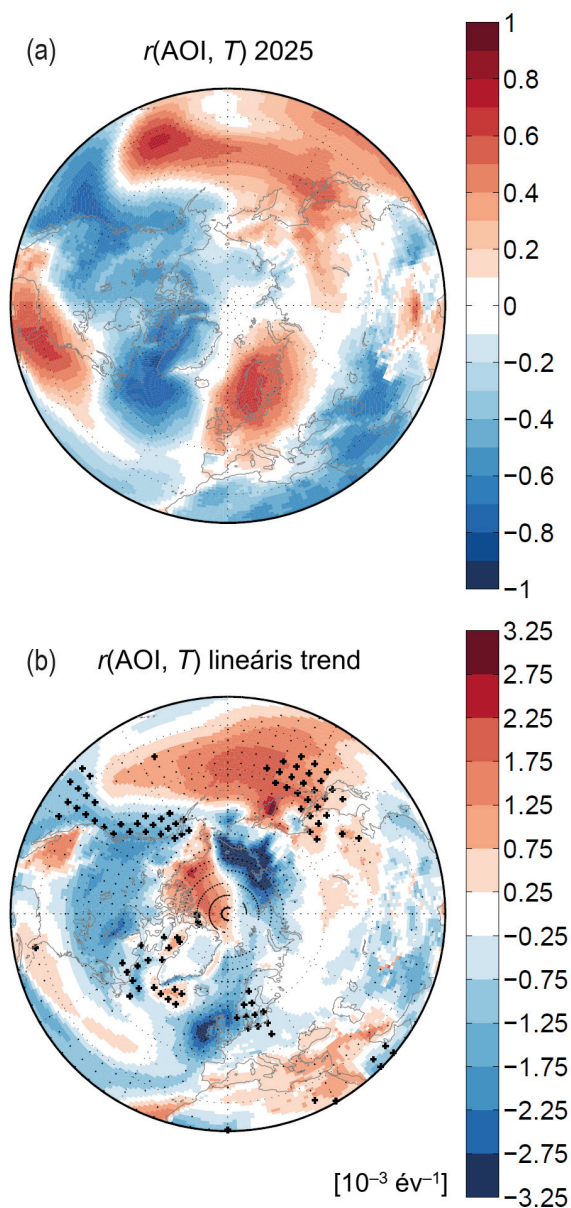
A *Haszpra et al.* (2020b) tanulmányban kidolgoztuk a hagyományos, idősoron végzett EOF analízisnek a pillanatkép-megközelítésbeli párját, a pillanatkép

<sup>2</sup>Más néven: főkomponens-analízis.



3. ábra. (a) December-február (DJF) vonatkozó átlagos tengerszinti légnyomás (SLP) anomáliák a vezető EOF módusra vetítve (SLP regressziós térképek) [hPa] 2025-re a CESM-LE szimulációkban RCP8.5 forgatókönyv mellett (magyarozott variancia zárójelben). (b) Lineáris trend [ $10^{-3}$  hPa év $^{-1}$ ] az SLP regressziós térképeken 1950-2099-re. A pontok olyan rácspontokat jelölnek, ahol a trend szignifikáns 95%-os szinten. Keresztek jelzik, ahol ezenkívül a regressziós együtthatók is átlagosan szignifikánsak 95%-os szinten (ahol „nagy az AO amplitúdója”).

Forrás: Haszpra et al. (2020b,c).



4. ábra. (a) Az  $r$  sokaságalapú pillanatnyi korrelációs együttható az AOI és a  $T$  között 2025 DJF időszakára a CESM-LE szimulációiban az RCP8.5 forgatókönyv mellett. (b) Lineáris trend ( $10^{-3}$  év $^{-1}$ ) az  $r$ -ben az 1950-2099 DJF időszakra. A pontok olyan rácspontokat jelölnek, ahol a trend 95%-os szinten szignifikáns. Keresztek jelzik, ahol ezenkívül az  $r$ -ek 95%-os szinten átlagosan szignifikánsak az 1950-2099 időszakban, azaz ahol „erős is a kapcsolat” a két változó között.

Forrás: Haszpra et al. (2020b,c).

EOF (snapshot EOF, SEOF) analízist. A pillanatkép-megközelítésben az SEOF analízist a hagyományos eljárással ellentétben nem egy-egy sokasági tag egy mezőjének idősorán, hanem időpillanatonként – az éghajlati rendszer aktuálisan lehetséges állapotai alapján – a sokasági dimenzióban végezzük el, első lépésként a sokaságátlatot eltávolítva az adatokból. Ahogyan a 3.a ábra is szemlélteti, így minden időpillanatban meghatározható a keresett oszcilláció térbeli szerkezete, és ezen mintázat időbeli változásait is nyomon lehet követni. A következő fejezet az SEOF analízisnek alkalmazását mutatja be az arktikus oszcilláció példáján.

#### 4.2. Az arktikus oszcilláció pillanatnyi jellemzése és időbeli változása

Az arktikus oszcilláció (AO) az északi féltekén az é. sz. 20° és az é. sz. 90° között a tengerszinti légnyomásmezőkben (sea level pressure, SLP) fellépő gyűrűszerű anomália, ellenkező előjellel az Arktiszon és az é. sz. 37°–45°-nál (Thompson and Wallace, 1998). Az AO fázisait az AO-index (AOI) írja le, amely azt számszerűsíti, hogy a sarki levegő milyen mértékben jut el a közepes szélességekre: pozitív AOI esetén a futóáramlás erősen zonális és időben viszonylag állandó, a sarki térség hidegebb és az alacsonyabb szélességek melegebb levegője közti front markáns, míg negatív AOI esetén gyengébb zonális szelek jellemzők, a poláris hideg levegő nagyobb mértékben juthat el délebbre. Így az AO fontos szerepet játszik az északi félteke különböző térségeinek időjárásának alakulásában.

Az AO jelenséget hagyományosan egy adott referencia-időszakra az SLP mezőn az é. sz. 20°-tól északra végzett EOF analízis vezető módusaként, az AOI-t pedig az ehhez tartozó, referencia-időszakra standardizált első főkomponens-idősor alapján definiálják (Thompson and Wallace, 2000).

A Haszpra et al. (2020b) tanulmányban újszerű módon, a pillanatkép-megközelítésben vizsgáltuk az AO-t és a hozzá kötődő időjárási jelenségeket. Az AO mintázatát az általános gyakorlatnak megfelelően (Thompson and Wallace, 2000) ún. regressziós térkép segítségével jelenítettük meg (3.a ábra), amely az SLP anomáliamezők első főkomponens (AOI) értékeire való vetítésével áll elő, és az olvasható le róla, hogy az AOI = 1 érték esetén mekkora SLP anomália jellemzi az adott földrajzi helyet, vagyis mekkorák az AO-hoz kötődő tipikus SLP eltérések (az AOI értékeinek szórása definícióból adódóan 1).

Ilyen regressziós térképet minden „időpillanatban” (pl. minden év téli időszakára) készíthetünk, és ezek összehasonlításával az AO változásairól kaphatunk képet. A 3.b ábra illusztrálja, hogy a vizsgálatunk szerint pl. a Community Earth System Model Large Ensemble (CESM-LE, Kay et al., 2015) szimulációiban a december–január–február (DJF) hónapok alapján meghatározott AO csendes-óceáni központjának amplitúdója számottevően nő, 150 év alatt a 3 hPa-t is elérheti az RCP8.5 forgatókönyv mellett. Ez igen jelentősnek tekinthető a központot jellemző amplitúdó 3.a ábrán látható tipikusan 5,5-6,5 hPa értékeihez képest.

#### 4.3. Az arktikus oszcillációhoz kötődő hőmérsékleti anomáliák – pillanatnyi korrelációs együttható

A távkapcsolatok feltérképezése során az egyik legegyszerűbb módszer a kiszemelt változók közötti lineáris kapcsolat erősségének a felderítése, azaz az általuk meghatározott korrelációs együttható kiszámítása. Egy adott időpillanatban az éghajlati rendszer lehetséges állapotai alapján meghatározott kapcsolatok erősségét helyesen jellemző korrelációs együtthatók ugyancsak a pillanatkép-megközelítésben számítandók, méghozzá a vizsgált mennyiségek különböző sokaságelemekben felvett értékei alapján (Herein et al., 2017).

Annak érdekében, hogy az AO felszínhőmérsékletben ( $T$ ) megmutatkozó távkapcsolatait és ezek időbeli változását felderítsük, „pillanatnyi” (itt: DJF évszakos) sokaságalapú korrelációs együtthatókat ( $r$ ) határoztunk meg a sokaság tagjainak pillanatnyi AOI értékei és minden egyes rácspont pillanatnyi  $T$  értékei között minden év DJF időszakára. A 4.a ábrán látható, hogy a kapott korrelációk általában közelítőleg a megfigyelt kapcsolatokat (Wallace and Gutzler, 1981) tükrözik: pl. az AO pozitív fázisában Grönland és Új-Fundland hidegebb (negatív korreláció), míg Észak-Európa és az USA keleti része melegebb (pozitív korreláció) az átlagosnál. A 4.b ábrán a pillanatnyi  $r$ -ekre minden rácspontban végzett lineáris illesztés jelentős változásokra is fényt derít a távkapcsolatok erősségében: pl. a Csendes-óceán keleti medencéjében a negatív korrelációk hangsúlyosabbá válnak (az  $r$  150 év alatt 0,1–0,3-mal csökken), valamint jelentős pozitív trend figyelhető meg Ázsia keleti partjainál is (az eredetileg is negatív  $r$  értéke 0,6-ról 0,8-ra nő); azaz ezekben az esetekben erősödik az AO és a  $T$  közötti kapcsolat.

#### 4.4. Az idősor-elemzéstől a pillanatkép-megközelítésig változó éghajlat esetén

Annak érdekében, hogy világosabbá váljanak a pillanatkép-megközelítés előnyei és „képességei” a hagyományos idősor-elemzés módszereivel szemben, érdemes összevetni a két szemlélet szerint kapott eredményeket.

Az AO jelenség esetén hagyományos módon egy idősoron, az idődimenzióban végzik az EOF analízist: egy választott referencia-időszak meteorológiai adatai alapján határozzák meg a AO mintázatát. Vagyis ez a módszer az oszcilláció térbeli szerkezetét hallgatólagosan állandónak tekinti a referencia-időszakra, továbbá a teljes vizsgálandó időintervallumra is, és ezen oszcilláció fázisait írja le az AOI idősor. Azonban változó éghajlat esetén magának az oszcillációnak a térbeli szerkezete is módosulhat (pl. az akcióközpontjainak helyzete, amplitúdója – 3.b ábra), valamint az oszcilláció alapállapota (amikor AOI = 0) is számottevő változásokon mehet keresztül (Haszpra et al. (2020b) 2. ábrája). Általánosságban elmondható, hogy nem stacionárius éghajlat esetén, éghajlatváltozás során előre nem feltételezhető, hogy bármely oszcilláció mintázata vagy éppen távkapcsolatainak erőssége állandó marad, így az sem, hogy egyetlen oszcillációs mintázat vagy korrelációs együttható hűen jellemezheti néhány évtized körülményeit.

Természetesen a vizsgált időintervallumot kisebb időablakokra lehet osztani, melyekben külön-külön kiszámítható egy adott időszakra jellemző oszcillációs mintázat, illetve korrelációs együttható, és így ezek időbeli változásáról is kapunk képet. Azonban ennek a módszernek egy hátránya, hogy a trend/szezonalitás kiszűrési módjának megválasztása mellett újabb szubjektivitást hoz az elemzésbe az időablakok hosszának meghatározásával (Herein et al., 2017). Még fontosabb, hogy a korrelációs együttható (és általában a statisztikai jellemzők) megbízható számításához minél hosszabb idősorra lenne szükség, azonban az éghajlat folyamatos változása miatt minél rövidebb idősorok lennének megfelelőek. Valójában az egyetlen adatpont hosszúságú „idősor” lenne az optimális, ami alatt az éghajlat nyilvánvalóan nem változik. Pontosan ez az, amit a pillanatkép-megközelítés módszerei megoldanak: a változókat, statisztikákat a sokaság felett adott időpontokban (vagy egyetlen adatponttal képviselt időintervallumokra) határozzák meg, melyek kizárólag az éghajlati rendszer aktuálisan lehetséges állapotait tükrözik, és amelyeknek az értékét közvetlenül nem befolyásolják a korábbi és későbbi állapotok, a változók előbbieken és későbbiekben felvett értékei.

#### 5. Éghajlati modellek megbízhatósága: A pillanatkép-megközelítés gyakorlati alkalmazhatósága

Fontos kiemelni, hogy a pillanatkép-szemléletben kapott statisztikák, eredmények „jósága” természetesen függ az alkalmazott éghajlati modell megbízhatóságától, valamint a futtatások során felhasznált éghajlati forgatókönyvek helyességétől.

A modellek megbízhatóságának vizsgálata a jelenlegi és közelmúltbeli időszakra a már ismert éghajlati kényszerek betáplálásával futtatott szimulációk eredményeinek a megfigyelésekkel történő összehasonlításával végezhető el. Pillanatkép-megközelítésben gondolkodva egy modell és vele együttvéve a szimulációkhoz használt éghajlati forgatókönyv megbízhatóságát kvalitatív megfogalmazásban valójában az a konzisztenciafeltétel határozza meg, hogy a változók megfigyelt idősorai egy megfelelő, már konvergált, sokasági szimuláció által lefedett sáv terjedelmében vándorolnak-e, alkalmanként megközelítve a maximumot és a minimumot is (Tokarska et al., 2020; Deser, 2020; Suarez-Gutierrez et al., 2021; Herein et al., 2023).

Álljon itt két példa a közelmúlt vonatkozó vizsgálataiból. Suarez-Gutierrez et al. (2021) a kifejezetten a sokasági szimulációkra kifejlesztett módszerük alapján úgy találták, hogy az általuk vizsgált csatolt modellek egyike sem becsüli szisztematikusan felül vagy alul a globális átlaghőmérséklet belső változékonyságát. Regionális léptékben azonban egyik sem megfelelő a déli-óceán felszíni hőmérsékleti ingadozásainak visszaadásában, és felülbecsüli ezt bizonyos szárazföldi területeken (Amazonas vidéke, Dél-Ázsia) és a magas földrajzi szélességek óceánjai esetén is. A másik kiragadott esetben a grönlandi jégtakaró 1990-es évek óta felgyorsult olvadását ugyan az antropogén kényszert jól közelítő modellszimulációk megfelelően visszaadják, azonban érdemi szimulált légköri változások nélkül; miközben a nagytérségi légköri megváltozása a megfigyelések alapján egyértelműen együtt jár a grönlandi jégtakaró olvadásával. Ez arra enged következtetni, hogy a háttérben álló fizikai folyamatok a modellekben és a valóságban eltérőek is lehetnek (Hanna et al., 2020; Topál et al., 2022).

Az éghajlatkutató-közösség a modellek validálását egy másik megközelítésben évtizedes időskálán is megcélozza. A Decadal Climate Prediction Project (DCPP, évtizedes éghajlati előrejelzés projekt (Meehl et al., 2014; Boer et al., 2016)) az éghajlati rendszernek az évestől az évtizedes időskáláig történő előrejelzési képességével foglalkozik. A legtöbb



jelenlegi évtizedes éghajlati előrejelzési kísérlet az éghajlatkutató közösségben az ún. évtizedes visszatekintő (retrospektív) előrejelzéseket használja (Meehl et al., 2014). Ennek lényege, hogy a szimulációkat a megfigyelésekkel, különösen az óceáni állapotokkal inicializálják (a kezdeti feltételek a mérésekből származnak). Így a modellek éves-évtizedes időskálájú dinamikai folyamatai közvetlenül is, nem csak statisztikai szinten ellenőrizhetők.

Általánosságban az mondható el, hogy a modellek a globális mennyiségek és a nagyobb (különösen globális) léptékű folyamatok visszaadásában pontosabban (Räisänen, 2007). Ezért fordulhat elő, hogy még a 40–50 évvel ezelőtti, a maiaknál lényegesen kevésbé összetett modellek is jól jelezték előre pl. a globális felszíni átlaghőmérséklet változását az éghajlati kényszereket megfelelően leíró forgatókönyvek alkalmazása mellett (Hausfather et al., 2020), és a jelenleg használatos éghajlati modellek a globális jellegű mennyiségeket általában jól tudják szimulálni (Deser, 2020; Papalexioiu et al., 2020). A modellek teljesítőképessége azonban többnyire romlik, ahogyan kisebb skálák felé haladunk. Hasonló mondható el a kérdéses statisztikai momentum rendjének a növelése tekintetében is, beleértve, hogy átlagokat illetően „egészen jól” viselkednek a modellek (Papalexioiu et al., 2020); illetve különböző meteorológiai változók is egészen eltérő mértékben modellezhetők jól, gondoljunk pl. a hőmérséklet és a csapadék jól ismert esetére (pl. Räisänen, 2022).

A modellek megbízhatóságával kapcsolatos további szempontokat pl. Räisänen (2007) munkájában olvashatunk, aki a helyesen reprodukálható mennyiségek tekintetében az érveket és ellenérveket is figyelembe véve bizakodóan foglal állást. Baumberger et al. (2017) tágabb kontextusba helyezi a kérdést és habár több óvatosságra int, alapvetően mégis a már Räisänen (2007) által is felhasznált technikák mentén javasolja a modellek teljesítőképességének megítélését (a jövőre vonatkozó projekciók tekintetében beleértve különösen a különböző modellek konszenzusát).

A fentiekben elmondottak azt mutatják, hogy a modelleket sem „jónak”, sem „rossznak” nem tekinthetjük: azok megbízhatósága függ attól, milyen kérdésre keressük a választ. Noha a modellvalidáció kizárólag múltbeli megfigyeléseken alapulhat, és így külön bizonytalansággal terhelt a jövőt illetően, valószínűtlen, hogy a közeli jövőben olyan folyamatok válnának meghatározóvá a globális éghajlat szempontjából, amelyeket a jelenlegi modellek ne tartalmaznának. Ki kell emelnünk, hogy az elmúlt

évezred globális átlaghőmérsékletének az alakulását ugyanezen modellek kifejezetten jól reprodukálják, a megfelelő éghajlati kényszerek betáplálása mellett (Jungclaus et al., 2010; PAGES 2k Consortium, 2019; Lücke et al., 2023).

Az éghajlati kényszerekről szót ejtve hangsúlyozzuk, hogy a jelenleg használatos modellek például a Naptól érkező besugárzásra „egészen jó” választ adnak a megfigyelések szerint (Amdur et al., 2021), és legalábbis tűrhető egyezéssel jellemezhetők a CO<sub>2</sub>-koncentráció tekintetében is (Meehl et al., 2020). Mindazonáltal természetesen nem ismerjük, hogy a kényszerek hogyan fognak alakulni a jövőben. Így a modellek projekciói feltételes projekciókként értelmezhetők, a kényszerek minden különböző forgatókönyvéhez tartozik egy-egy. A végtelen sok lehetséges forgatókönyv közül szokás néhány konkrétan meghatározottnak a hatását vizsgálni: a különböző Representative Concentration Pathway (RCP) (van Vuuren et al., 2011) vagy újabban a Shared Socio-economic Pathway (SSP) forgatókönyvek (van Vuuren et al., 2017) következményeit. Ezekből kitéjük, hogy a jövőben fellépő éghajlati kényszerek pontatlan ismerete a század végére pl. a globális felszíni átlaghőmérsékletben akár 4-5 °C eltérést is eredményezhet.

Mivel számos tényező alakulását (pl. a CO<sub>2</sub> és egyéb üvegházgázok koncentrációját) akár jelentős részben maga az emberiség határozza meg, a modellek projekcióinak egy lényeges szerepe, hogy a döntéshozók megismerjék a különböző választási lehetőségek becsülhető éghajlati következményeit; természetesen, ahogyan említettük, csak az éghajlati rendszer egy statisztikai leírása értelmében.

Éppen ezért rendkívül fontos, hogy ezen statisztikai leírás kellően jól reprezentálja az éghajlati rendszer belső változékonyságát minden kérdéses időszakban. Az egyetlen idősoron alapuló technikák olyan becsülésnek tekinthetők, amelynek tipikusan nem ismerjük a hibáját, és így észrevétlenül is irreleváns, tulajdonképpen helytelen leírást adhatnak. A konstrukciójából következően megfelelő leíráshoz a pillanatkép-megközelítés segítségével juthatunk el.

Hangsúlyozzuk, hogy a pillanatkép-megközelítés a gyakorlati alkalmazási lehetőségektől függetlenül adja meg az éghajlati rendszer releváns statisztikai leírását. Ezért lényegében minden (sokasági) szimulációs eredményt ebben a szellemben lenne szükséges kiértékelni és értelmezni, beleértve a megfigyelt adatokkal történő összehasonlítást és ezen keresztül az adott modell validációját.

## 6. Összefoglalás

A sokasági éghajlati szimulációk – avagy a pillanatkép-megközelítésben: párhuzamos éghajlati realizációk – a pillanatkép-attraktorok elmélete alapján a kezdőfeltételeik elfelejtése után minden pillanatban statisztikailag helyesen jellemzik az éghajlati rendszer adott kényszerek között lehetséges állapotainak tárházát, azok valószínűségeloszlását. Ezért pillanatkép-szemléletben jól használhatók a várható pillanatnyi éghajlati tulajdonságok korrekt leírására és az éghajlatváltozás hatásainak felderítésére.

A pillanatkép-megközelítésben az éghajlat belső változékonyságához hozzájáruló légköri oszcillációk, légköri távkapcsolatok és ezen jelenségek változó éghajlat melletti módosulásai is jól vizsgálhatók. A kidolgozott SEOF analízis nemcsak az arktikus oszcilláció (Haszpra et al., 2020b,c), hanem bármely, EOF analízissel definiált jelenség esetén alkalmazható. Az SEOF analízist később felhasználták pl. az El Niño–déli oszcilláció (Haszpra et al., 2020a; Bódai et al., 2021; Aneesh and Bódai, 2024), a Csendes-óceán északi részén a téli légköri változékonyságának és a csapadékra gyakorolt hatásának (O'Brien and Deser, 2023), és az északnyugati csendes-óceáni szubtrópusi anticiklon és a hozzá kapcsolódó tengerfelszíni hőmérsékletben lévő anomáliák (Ma et al., 2023) tanulmányozásánál is. Az SEOF analízishez hasonlóan más, távkapcsolatokat jellemző módszerek, mint a maximum kovariancia analízis és a kanonikus korreláció analízis is átalakíthatók a pillanatkép-megközelítésre (Bódai et al., 2021). Megjegyezzük, hogy az éghajlatváltozás pillanatkép-megközelítéssel laboratóriumban is vizsgálható (Vincze et al., 2017).

Összességében elmondható, hogy amennyiben rendelkezésünkre állnak sokasági éghajlati szimulációk, a hozzáférhető adatokból levonható legpontosabb következtetések érdekében – elkerülve az egyedi idősorokból számított időbeli statisztikák szubjektivitását, azonban szem előtt tartva, hogy az eredmények természetesen függeni fognak az alkalmazott éghajlati modell és forgatókönyv megbízhatóságától – célszerű a sokaságra a pillanatkép-megközelítésben tekinteni: azaz először a szemügyre veendő mennyiségeket vagy jelenségeket leíró statisztikai jellemzőket a sokaság felett kiszámítani minden időpontban, majd ezen sokaságstatisztikák idősorát tanulmányozni ahelyett, hogy először a sokaság egyes idősorainak egyedi elemzését, majd ezek összesítését végeznénk el.

## Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozunk Tél Tamásnak a cikkkel kapcsolatos értékes észrevételeiért, építő megjegyzéseiért, valamint a lektornak, akinek a kérdései az 5. fejezet megírására ösztönöztek bennünket.

## Irodalomjegyzék

- Amdur, T., Stine, A. R., and Huybers, P., 2021: Global surface temperature response to 11-yr solar cycle forcing consistent with general circulation model results. *Journal of Climate*, 34(8), 2893–2903. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-20-0312.1>
- Aneesh, S., and Bódai, T., 2024: Inter-model robustness of the forced change of the ENSO-Indian Summer Monsoon Teleconnection. *npj Climate Atmos. Sci.* 7(1), 4. <https://doi.org/10.1038/s41612-023-00541-w>
- Baumberger, C., Knutti, R., and Hirsch Hadorn, G., 2017: Building confidence in climate model projections: an analysis of inferences from fit. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Climate Change*, 8(3), e454. <https://doi.org/10.1002/wcc.454>
- Bódai, T., Drótos, G., Ha, K. J., Lee, J. Y., and Chung, E. S., 2021: Nonlinear forced change and nonergodicity: The case of ENSO-Indian monsoon and global precipitation teleconnections. *Front. Earth Sci.* 8, 599785. <https://doi.org/10.3389/feart.2020.599785>
- Bódai, T., Drótos, G., Haszpra, T., Herein, M., Márffy, J. és Tél, T., 2017: A párhuzamos földi klímák elmélete. *Magyar Tudomány* 178, 188–201.
- Bódai, T. and Tél, T., 2012: Annual variability in a conceptual climate model: Snapshot attractors, hysteresis in extreme events, and climate sensitivity. *Chaos: Interdisc. J. Nonlinear Sci.* 22(2), 023110. <https://doi.org/10.1063/1.3679784>
- Boer, G. J., Smith, D. M., Cassou, C., Doblas-Reyes, F., Danabasoglu, G., Kirtman, B., ... and Eade, R., 2016: The decadal climate prediction project (DCPP) contribution to CMIP6. *Geoscientific Model Development*, 9(10), 3751–3777. <https://doi.org/10.5194/gmd-9-3751-2016>
- Chekroun, M. D., Simonnet, E., and Ghil, M., 2011: Stochastic climate dynamics: Random attractors and time-dependent invariant measures. *Physica D: Nonlinear Phenom* 240, 1685–1700. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2011.06.005>
- Deser, C., 2020: Certain uncertainty: the role of internal climate variability in projections of regional climate change and risk management. *Earth's Future*, 8, e2020EF001854. <https://doi.org/10.1029/2020ef001854>
- Deser, C., Lehner, F., Rodgers, K. B., Ault, T., Delworth, T. L., DiNezio, P. N., Fiore, A., Frankignoul, C., Fyfe, J. C., Horton, D. E., Kay, J. E., Knutti, R., Lovenduski, N. S., Marotzke, J., McKinnon, K. A., Minobe, S., Randerson, J., Screen, J. A., Simpson, J. R., and Ting, M., 2020: Insights from Earth system model initial-condition large ensembles and future prospects. *Nat. Climate Change*, 10(4), 277–286. <https://doi.org/10.1038/s41558-020-0731-2>
- Drótos, G., Bódai, T., and Tél, T., 2015: Probabilistic concepts in a changing climate: A snapshot attractor picture. *J. Climate*, 28, 3275–3288. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-14-00459.1>
- Drótos, G., Bódai, T., and Tél, T., 2017: On the importance of the convergence to climate attractors. *Eur. Phys. J. Spec. Topics* 226, 2031–2038. <https://doi.org/10.1140/epjst/e2017-70045-7>
- Fraedrich, K., Jansen, H., Kirk, E., Luksch, U., and Lunkeit, F., 2005: The Planet Simulator: Towards a user friendly model. *Meteorol. Zeitsch.* 14(3), 299–304. <https://doi.org/10.1127/0941-2948/2005/0043>
- Ghil, M., Chekroun, M. D., and Simonnet, E., 2008: Climate dynamics and fluid mechanics: Natural variability and related uncertainties. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 237, 2111–2126. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2008.03.036>
- Hanna, E., Pattyn, F., Navarro, F., Faviez, V., Goelzer, H., van den Broeke, M. R., ... and Smith, B., 2020: Mass balance of the ice sheets and glaciers—Progress since AR5 and challenges. *Earth-Science Reviews*, 201, 102976. <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2019.102976>
- Haszpra, T., Herein, M., and Bódai, T., 2020a: Investigating ENSO and its teleconnections under climate change in an ensemble view – a new perspective. *Earth Syst. Dynam.* 11, 267–280. <https://doi.org/10.5194/esd-11-267-2020>
- Haszpra, T., Topál, D., and Herein, M., 2020b: On the time evolution of the Arctic Oscillation and related wintertime phenomena under different forcing scenarios in an ensemble approach. *J. Climate*, 33, 3107–3124. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-19-0004.1>

- Haszpra, T., Topál, D., and Herein, M., 2020c: Detecting forced changes in internal variability using Large Ensembles: On the use of methods based on the "snapshot view". *US CLIVAR Variations Summer 2020 – New research on climate variability and change using initial-condition Large Ensembles*, 18(2), 36–43. <https://doi.org/10.5065/0DSY-WH17>
- Hausfather, Z., Drake, H. F., Abbott, T., & Schmidt, G. A., 2020: Evaluating the performance of past climate model projections. *Geophysical Research Letters*, 47(1), e2019GL085378. <https://doi.org/10.1029/2019GL085378>
- Herein, M., Drótos, G., Haszpra, T., Márffy, J., and Tél, T., 2017: The theory of parallel climate realizations as a new framework for teleconnection analysis. *Scientific Reports*, 7(1), 44529. <https://doi.org/10.1038/srep44529>
- Herein, M., Márffy, J., Drótos, G., and Tél, T., 2016: Probabilistic concepts in intermediate-complexity climate models: A snapshot attractor picture. *J. Climate* 29, 259–272. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-15-0353.1>
- Herein, M., Tél, T., and Haszpra, T., 2023: Where are the coexisting parallel climates? Large ensemble climate projections from the point of view of chaos theory. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 33(3). <https://doi.org/10.1063/5.0136719>
- Jungclauss, J. H., Lorenz, S. J., Timmreck, C., Reick, C. H., Brovkin, V., Six, K., Segsneider, J., Giorgetta, M. A., Crowley, T. J., Pongratz, J., Krivova, N. A., Vieira, L. E., Solanki, S. K., Kloeck, D., Botzet, M., Esch, M., Gayler, V., Haak, H., Raddatz, T. J., Roeckner, E., Schnur, R., Widmann, H., Claussen, M., Stevens, B., and Marotzke, J., 2010: Climate and carbon-cycle variability over the last millennium. *Climate of the Past*, 6, 723–737. <https://doi.org/10.5194/cp-6-723-2010>
- Kay, J. E. and Coauthors, 2015: The Community Earth System Model (CESM) Large Ensemble Project: A community resource for studying climate change in the presence of internal climate variability. *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 96, 1333–1349. <https://doi.org/10.1175/BAMS-D-13-00255.1>
- Kirchmeier-Young, M. C., F. W. Zwiers, and N. P. Gillett, 2017: Attribution of Extreme Events in Arctic Sea Ice Extent. *Journal of Climate* 30, 553–571. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-16-0412.1>
- Kushner, P. J., L. R. Mudryk, W. Merryfield, J. T. Ambadan, A. Berg, A. Bichet, R. Brown, C. Derksen, S. J. Déry, A. Dirkson, G. Flato, C. G. Fletcher, J. C. Fyfe, N. Gillett, C. Haas, S. Howell, F. Laliberté, K. McCusker, M. Sigmond, R. Sospedra-Alfonso, N. F. Tandon, C. Thackeray, B. Tremblay, and F. W. Zwiers, 2018: Canadian snow and sea ice: assessment of snow, sea ice, and related climate processes in Canada's Earth system model and climate-prediction system. *The Cryosphere*, 12, 1137–1156. <https://doi.org/10.5194/tc-12-1137-2018>
- Lee, J., Planton, Y. Y., Gleckler, P. J., Sperber, K. R., Guilyardi, E., Wittenberg, A. T., ... and Pallotta, G., 2021: Robust evaluation of ENSO in climate models: How many ensemble members are needed?. *Geophysical Research Letters*, 48(20), e2021GL095041. <https://doi.org/10.1029/2021GL095041>
- Lehner, F., Deser, C., Maher, N., Marotzke, J., Fischer, E. M., Brunner, L., Knutti, R. and Hawkins, E., 2020: Partitioning climate projection uncertainty with multiple large ensembles and CMIP5/6. *Earth Syst. Dynam.* 11, 491–508. <https://doi.org/10.5194/esd-11-491-2020>
- Leith, C. E., 1978: Predictability of climate. *Nature* 276(5686), 352–355. <https://doi.org/10.1038/276352a0>
- Lorenz, E. N., 1963: Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmosf. Sci.* 20, 130–141. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1963\)020](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1963)020)
- Lücke, L. J., Schwere, A. P., Toohey, M., Marshall, L. R., and Hegerl, G. C., 2023: The effect of uncertainties in natural forcing records on simulated temperature during the last millennium. *Climate of the Past*, 19, 959–978. <https://doi.org/10.5194/cp-19-959-2023>, 2023.
- Ma, J., Lin, P., Wang, L., Zhao, B. and Xu, H., 2023: Increasing connections of the leading internal mode of the summertime Northwest Pacific subtropical anticyclone with preceding ENSO under greenhouse warming in FGOALS-g3 super-large ensemble. *Int. Journ. of Clim.*, 43(13), 6164–6178. <https://doi.org/10.1002/joc.8197>
- Maher, N., Milinski, S., Suarez-Gutierrez, L., Botzet, M., Dobrynin, M., Kornbluh, L., ... and Marotzke, J., 2019: The Max Planck Institute Grand Ensemble: enabling the exploration of climate system variability. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems* 11(7), 2050–2069. <https://doi.org/10.1029/2019MS001639>
- Meehl, G. A., Goddard, L., Boer, G., Burgman, R., Branstator, G., Cassou, C., ... & Yeager, S., 2014: Decadal climate prediction: an update from the trenches. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 95(2), 243–267. <https://doi.org/10.1175/BAMS-D-12-00241.1>
- Meehl, G. A., Senior, C. A., Eyring, V., Flato, G., Lamarque, J. F., Stouffer, R. J., ... and Schlund, M., 2020: Context for interpreting equilibrium climate sensitivity and transient climate response from the CMIP6 Earth system models. *Science Advances*, 6(26), eaba1981. <https://doi.org/10.1126/sciadv.aba1981>
- Milinski, S., Maher, N., and Olonscheck, D., 2020: How large does a large ensemble need to be? *Earth System Dynamics*, 11, 885–901. <https://doi.org/10.5194/esd-11-885-2020>
- O'Brien, J. P., and Deser, C., 2023: Quantifying and understanding forced changes to unforced modes of atmospheric circulation variability over the North Pacific in a coupled model large ensemble. *Journal of Climate*, 36(1), 19–37. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-22-0101.1>
- Ott, E., 1993: *Chaos in dynamical systems*. Cambridge University Press. 478 pp. <https://doi.org/10.2277/0521811961>
- PAGES 2k Consortium, 2019: Consistent multidecadal variability in global temperature reconstructions and simulations over the Common Era. *Nature Geoscience*, 12, 643–649. <https://doi.org/10.1038/s41561-019-0400-0>
- Papalexioiu, S. M., Rajulapati, C. R., Clark, M. P., and Lehner, F., 2020: Robustness of CMIP6 historical global mean temperature simulations: Trends, long-term persistence, autocorrelation, and distributional shape. *Earth's Future*, 8(10), e2020EF001667. <https://doi.org/10.1029/2020EF001667>
- Preisendorfer, R. W., 1988: *Principal component analysis in meteorology and oceanography*. Elsevier Sci. Publ., 17.
- Räsänen, J., 2007: How reliable are climate models?. *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 59(1), 2–29. <https://doi.org/10.1111/j.1600-0870.2006.00211.x>
- Räsänen, J., 2022: Probabilistic forecasts of near-term climate change: verification for temperature and precipitation changes from years 1971–2000 to 2011–2020. *Climate Dynamics*, 59, 1175–1188. <https://doi.org/10.1007/s00382-022-06182-8>
- Romeiras, F. J., Grebogi, C., and Ott, E., 1990: Multifractal properties of snapshot attractors of random maps. *Physical Review A*, 41(2), 784. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.41.784>
- Suarez-Gutierrez, L., Milinski, S., and Maher, N., 2021: Exploiting large ensembles for a better yet simpler climate model evaluation. *Climate Dynamics*, 57(9), 2557–2580. <https://doi.org/10.1007/s00382-021-05821-w>
- Tebaldi, C., Dorheim, K., Wehner, M., and Leung, R., 2021: Extreme metrics from large ensembles: investigating the effects of ensemble size on their estimates. *Earth System Dynamics*, 12(4), 1427–1501. <https://doi.org/10.5194/esd-12-1427-2021>
- Tél, T., Bódai, T., Drótos, G., Haszpra, T., Herein, M., Kaszás, B. and Vincze, M., 2020: The theory of parallel climate realizations: A new framework of ensemble methods in a changing climate: An overview. *Journal of Statistical Physics*, 179, 1496–1530. <https://doi.org/10.1007/s10955-019-02445-7>
- Tél, T. és Gruiz, M., 2002: *Kaotikus dinamika*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest
- Thompson, D. W., and Wallace, J. M., 1998: The Arctic Oscillation signature in the wintertime geopotential height and temperature fields. *Geophysical Research Letters*, 25(9), 1297–1300. <https://doi.org/10.1029/98GL00950>
- Thompson, D. W., and Wallace, J. M., 2000: Annular modes in the extratropical circulation. Part I: Month-to-month variability. *Journal of Climate*, 13(5), 1000–1016. [https://doi.org/10.1175/1520-0442\(2000\)013<1000:AMITEC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0442(2000)013<1000:AMITEC>2.0.CO;2)
- Tokarska, K. B., Stolpe, M. B., Sippel, S., Fischer, E. M., Smith, C. J., Lehner, F., and Knutti, R., 2020: Past warming trend constrains future warming in CMIP6 models. *Science Advances*, 6(12), eaa29549. <http://doi.org/10.1126/sciadv.aaz9549>
- Topál, D., Ding, Q., Ballinger, T. J., Hanna, E., Fetweis, X., Li, Z., and Pteczka, I., 2022: Discrepancies between observations and climate models of large-scale wind-driven Greenland melt influence sea-level rise projections. *Nature Communications*, 13(1), 6833. <https://doi.org/10.1038/s41467-022-34414-2>
- Vallis, G. K., 2017: *Atmospheric and oceanic fluid dynamics*. Cambridge University Press.
- van Vuuren, D. P., Edmonds, J., Kainuma, M., Riahi, K., Thomson, A., Hibbard, K., ... and Rose, S. K., 2011: The representative concentration pathways: an overview. *Climatic Change*, 109, 5–31. <https://doi.org/10.1007/s10584-011-0148-z>
- van Vuuren, D. P., Riahi, K., Calvin, K., Dellink, R., Emmerling, J., Fujimori, S., ... and O'Neill, B., 2017: The Shared Socio-economic Pathways: Trajectories for human development and global environmental change. *Global Environmental Change*, 42, 148–152. <https://doi.org/10.1016/j.gloenvcha.2016.10.009>
- Vincze, M., Borcia, I. D., and Harlander, U., 2017: Temperature fluctuations in a changing climate: an ensemble-based experimental approach. *Scientific Reports*, 7, 254. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-00319-0>
- Wallace, J. M., and Gutzler, D. S., 1981: Teleconnections in the geopotential height field during the Northern Hemisphere winter. *Monthly Weather Review*, 109(4), 784–812. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1981\)109<0784:TITGHF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1981)109<0784:TITGHF>2.0.CO;2)